NASIONALE SENIOR SERTIFIKAAT-EKSAMEN
NOVEMBER 2020

WISKUNDE: VRAESTEL II

NASIENRIGLYNE

Tyd: 3 uur 150 punte

Hierdie nasienriglyne is opgestel vir gebruik deur eksaminators en hulp-eksaminators van wie verwag word om almal 'n standaardiseringsvergadering by te woon om te verseker dat die riglyne konsekwent vertolk en toegepas word by die nasien van kandidate se skrifte.

Die IEB sal geen bespreking of korrespondensie oor enige nasienriglyne voer nie. Ons erken dat daar verskillende standpunte oor sommige aangeleenthede van beklemtoning of detail in die riglyne kan wees. Ons erken ook dat daar sonder die voordeel van die bywoning van 'n standaardiseringsvergadering verskillende vertolkings van die toepassing van die nasienriglyne kan wees.

AFDELING A

VRAAG 1

(a)

$$m_{QR} = \frac{4-8}{-3-1} = 1$$

$$m_{PQ} = \frac{a-4}{2-(-3)} = 1$$

$$a - 4 = 5$$
$$a = 9$$

(b) Middelpunt van ST (1 ; 7)

$$m_{ST} = \frac{8-6}{4-(-2)} = \frac{1}{3}$$

Lyn loodreg op ST

$$y = -3x + c$$
$$7 = -3(1) + c$$
$$c = 10$$
$$y = -3x + 10$$

(c) (1)

$$m_{ED} = \frac{3-1}{7-6} = 2$$

$$m_{AB} = 2$$

Dus ED//AB en gradiënte is dieselfde

(2) E (7 ; 3) is die middelpunt van CB (eweredigheidstelling ED//AB)

$C(0\ ;\ 2)$

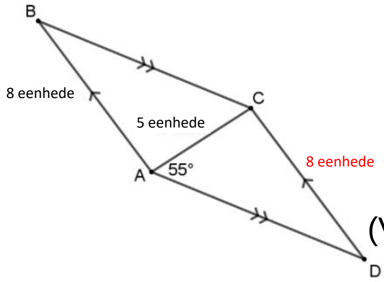
$B(14\ ;\ 4)$

(3) $\tan\theta = 2$ $\tan\beta = \frac{1}{7}$

$\theta = 63{,}43°$ $\beta = 8{,}13°$

$C\hat{B}A = 55{,}3°$

VRAAG 2



(a) (1) $\dfrac{\sin\hat{D}}{5} = \dfrac{\sin 55°}{8}$

$A\hat{D}C = 30{,}8°$ (Vir die 8 op diagram)

(2) $A\hat{C}D = 94{,}2°$

Oppervlakte van $\Delta ADC = \dfrac{1}{2}(5)(8)\sin 94{,}2°$

Oppervlakte van $\Delta ADC = 19{,}95$ eenhede^2

Dus is die oppervlakte van parallelogram ABCD 39,9 eenhede^2

(b) (1) $\cos\theta = \dfrac{5}{13}$

In kwadrant 4:
$x = 5$
$y = -12$
$r = 13$

$\sin\theta$
$= \dfrac{-12}{13}$ of $-\dfrac{12}{13}$

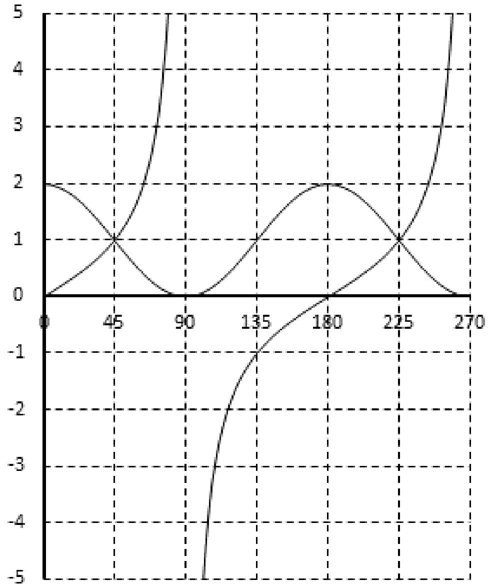
(2) $\cos\theta\cos 45° - \sin\theta\sin 45°$
$= \left(\dfrac{5}{13}\right)\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right) - \left(\dfrac{-12}{13}\right)\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$
$= \dfrac{17\sqrt{2}}{26}$

VRAAG 3

(a) Periode van grafiek is 180°

(b) 90° en 270°

(c)



cos vorm
cos begin- en eindpunte
cos draaipunte
tan asimptote
tan (45° ; 1);(135° ; –1);(225° ; 1)
tan vorm deur 0°;180°

(d) $x = 45^\circ + k.180^\circ$ $\qquad k \in Z$

VRAAG 4

(a) $\tan\theta = 1$
$\theta = 45^\circ + k.180^\circ$ (Volpunte vir antwoord)

(b) (1) $\dfrac{2\sin\theta\cos\theta + 2\cos^2\theta - 1 + 1}{\cos^2\theta - \sin^2\theta}$ $\qquad \dfrac{2\cos\theta}{\cos\theta - \sin\theta}$

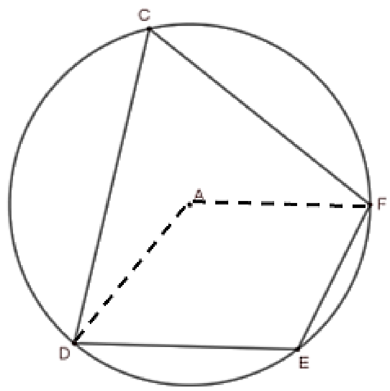
$$\frac{2\cos\theta(\sin\theta + \cos\theta)}{(\cos\theta + \sin\theta)(\cos\theta - \sin\theta)}$$
$$\frac{2\cos\theta}{\cos\theta - \sin\theta}$$

Dus LK = RK

(2) $\theta = \{45^\circ\ ;\ 135^\circ\}$

VRAAG 5

(a) Konstruksie: AD en AF



$\hat{A}_1 = 2\hat{C}$ (Hoek by middelpunt = 2 × hoek by omtrek)
$\hat{A}_2 = 2\hat{E}$ (Hoek by middelpunt = 2 × hoek by omtrek)
$\hat{A}_1 + \hat{A}_2 = 360°$ (Omwenteling)
$2\hat{C} + 2\hat{E} = 360°$
Dus $\hat{C} + \hat{E} = 180°$

(b) $\hat{E}_1 + \hat{E}_2 = 105°$ (Teenoorstaande hoeke van 'n koordevierhoek)
$\hat{E}_2 = 73°$ (Raaklyn-koord-stelling)
$\hat{E}_1 = 32°$

(c) (1) $\hat{D}_2 = 47°$ (Radii, gelykbenige driehoek)

(2) $\hat{E} = 43°$ (Hoek by middelpunt = 2 × hoek by omtrek)

(3) $A\hat{F}E = 90°$ (Lyn van middelpunt na middelpunt van koord)
$\hat{C}_1 = 47°$ (Hoeke in 'n driehoek)
Dus is DACB 'n koordevierhoek
(Omgekeerde: Buitehoek van koordevierhoek = teenoorstaande binnehoek)

VRAAG 6

(a) (1) $r = 1$

(2) Perfekte korrelasie

(3) $y = -13 + 3x$

(4) Wanneer die *x*-waarde ver buite die waardes is wat gebruik word (bv. 150 of 'n baie klein waarde soos 1 of 2). Dit sal ekstrapolasie wees.

(b) (1) 40 mense

(2) 10 uit 140 = 7,1%

AFDELING B

VRAAG 7

(a) (1) IQR = 80 – 60 = 20
60 – 1,5*20 = 30
P lê onder (60 – 30 = 30) en is dus 'n uitskieter

(2) Skeef na links aangesien die gemiddelde links van die mediaan is

(3) Ja. Daar was 7 uit Klas A en 6 uit Klas B.

(b) (1) $$\frac{(1\times p)+(3\times 165)+(5\times 290)+(7\times 185)+(9\times 75)}{715+p}=5$$

$$-4p=-340$$
$$p=85$$

(2) Standaardafwyking $=\sqrt{\frac{6\,520}{1\,000}}=2{,}55$ of 2,6

VRAAG 8

(a) $9^2=r^2+r^2-2r^2\cos 110^\circ$
$81=2r^2(1-\cos 110^\circ)$
$r=5{,}493\ 485\ 649$ eenhede
$DB^2=2^2+5{,}493\ 485\ 649^2$
$DB=5{,}8462$ eenhede (korrekte antwoord tot 4 desimale plekke afgerond)

Alternatiewe oplossing

$$\frac{AB}{\sin 35^\circ}=\frac{9}{\sin 110^\circ}$$

AB = 5,493 485 649 eenhede
$DB^2 = 2^2 + 5{,}493\,485\,649^2$
DB = 5,8462 eenhede ✓ (korrekte antwoord tot 4 desimale plekke afgerond)

(b) $9^2=(5{,}8462)^2+(5{,}8462)^2-2(5{,}8462)^2\cos C\hat{D}B$
$C\hat{D}B=100{,}7^\circ$

VRAAG 9

(a) $\hat{E}_2 = \hat{B}$ of $\hat{C}_3 = \hat{B}$ (Raaklyn-koord-stelling)

$\hat{C}_3 = \hat{F}_2$ (Raaklyne uit gemeenskaplike punt)

$\hat{C}_1 = \hat{B}$ (Radii)

Dus

$\triangle ABC /// \triangle DEC$ (HHH)

(b) $\dfrac{AB}{DE} = \dfrac{BC}{EC}$

AB.EC = BC.DE

Maar AB = AE (Radii)

Dus AE.EC = BC.DE

VRAAG 10

(a) (1) $\dfrac{4}{9}$

(2) $\dfrac{HC}{5k} = \dfrac{3}{8}$

$HC = \dfrac{15k}{8}$

$$\frac{\text{HC}}{\text{AF}} = \frac{\frac{15\text{k}}{8}}{4\text{k}} = \frac{15}{32}$$

(b) $\hat{A}_1 = 2\hat{B}_1$ (Hoek by middelpunt = 2 × hoek op sirkel)
$\hat{A}_1 = \hat{E}_1 + \hat{B}_1$ ($\hat{E}_1 = \hat{B}_1$)
$\hat{E}_1 = 90° - \hat{E}_2$ (Hoek in halfsirkel)
$\hat{A}_1 = \hat{E}_1 + \hat{B}_1$ ($\hat{E}_1 = \hat{B}_1$ hoeke in dieselfde segment)
Dus $\hat{A}_1 = 90° - \hat{E}_2 + \hat{B}_1$

Alternatiewe oplossing

$\hat{E}_2 = 90° - \hat{E}_1$ (Hoeke in halfsirkel)
$B_1 = \hat{E}_1$ (Hoeke in dieselfde segment)
$\hat{E}_2 = 90° - \hat{B}_1$
$\hat{A}_2 = 180° - 2\hat{B}_1$
$\hat{B}_1 = 90° - \hat{E}_2$
$\hat{A}_2 = 180° - \hat{B}_1 - \hat{B}_1$
$\hat{A}_2 = 180° - \hat{B}_1 - 90° + \hat{E}_2$
$\hat{A}_1 = 180° - 90° - \hat{E}_2 + \hat{B}_1$
$\hat{A}_1 = 90° - \hat{E}_2 + \hat{B}_1$

VRAAG 11

(a) $\hat{C}_1 + \hat{C}_2 + \hat{F}_1 + \hat{F}_2 = 180°$ (Teenoorstaande hoeke van koordevierhoek)

$\hat{B}_1 + \hat{B}_2 + \hat{F}_2 + \hat{F}_3 = 180°$ (Teenoorstaande hoeke van koordevierhoek)

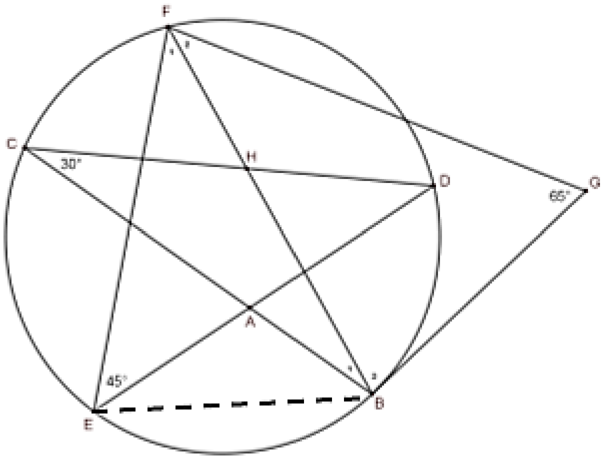
Maar

$\hat{F}_1 = \hat{F}_3$ (Hoeke in dieselfde segment)

Dus

$\hat{C}_1 + \hat{C}_2 = \hat{B}_1 + \hat{B}_2$

(b)



Konstruksie EB of CF of BD

$B\hat{E}D = 30°$ (Hoeke in dieselfde segment)

$\hat{B}_2 = 75°$ (Raaklyn-koord-stelling)

$\hat{F}_2 = 40°$ (Hoeke in 'n driehoek)

VRAAG 12

(a) Gradiënt van radius $\frac{1}{2}$

Vervang in punt P(2 ; 2)

$2 = \frac{1}{2}(2) + c$

$c = 1$

(b) $0 = -2x + 6$

$x = 3$

B(3 ; 0) (neem kennis: as aanname gemaak is dan maks 2 vir finale twee punte)

$m_{BT} = \frac{1}{2}$

Gradiënt van lyn deur middelpunt = –2

$y = -2x + c$

$1 = -2(5) + c$

$c = 11$

$y = -2x + 11$

$-2x + 11 = \frac{1}{2}x + 1$

$x = 4$

$y = 3$

Radius van sirkel

$r = \sqrt{(3-2)^2 + (4-2)^2}$

$r = \sqrt{5}$

Minimum afstand van die *x*-as

$3 - \sqrt{5}$ OF 0,76

VRAAG 13

(a) $x^2 + 2x + 1 + y^2 - 2y + 1 = 1$

$(x+1)^2 + (y-1)^2 = 1$

Afstand tussen middelpunte

$d = \sqrt{(4-1)^2 + (3-(-1))^2}$

$d = \sqrt{25}$

$d = 5$

Radius 1 + Radius 2

1 + 2 = 3

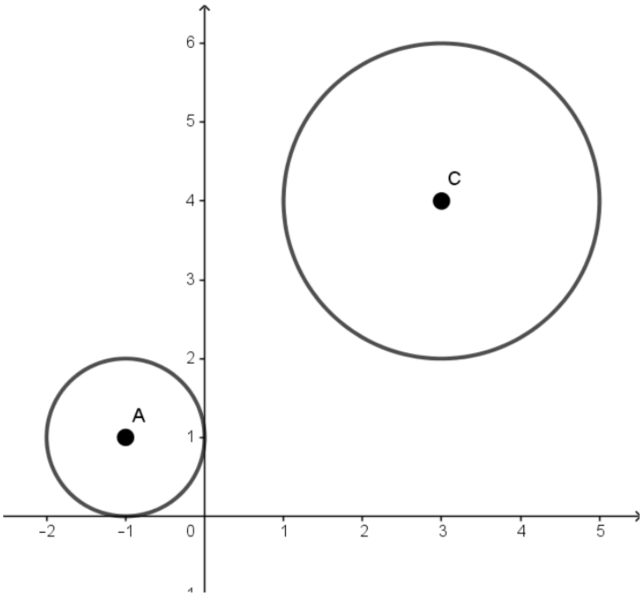
Afstand tussen die middelpunte – (Radius 1 + Radius 2) = 2 meter

Dus

Die oppervlaktes sal nooit sny nie

Alternatiewe oplossing

$(x+1)^2+(y-1)^2=1$



middelpunt (4;3) + radius

middelpunt (-1; 1) + radius

Radii gaan nie y-aks kruis nie

Radius 1 en radius 2 sal nie raak nie

Alternatiewe oplossing

$x^2+y^2+2x-2y+1=(x-3)^2+(y-4)^2-4$

$8x+6y=20$

$x^2+(-\frac{4}{3}x+\frac{10}{3})^2+2x-2(-\frac{4}{3}x+\frac{10}{3})+1=0$

$25x^2-38x+49=0$

Geen ware oplossings vir die vierkantsvergelyking daarom geen interseksie

(b) Vergelyking van kwartsirkel

$$\frac{\pi r^2}{4} = 8\pi$$

Radius van kwartsirkel $= \sqrt{32}$

Vergelyking van sirkelmiddelpunt A

$$(x-2)^2 + (y-2)^2 = 4$$

$$FA = \sqrt{(-1-2)^2 + (5-2)^2}$$
$$FA = \sqrt{18}$$

$$AB = \sqrt{32} - \sqrt{18}$$
$$AB = \sqrt{2}$$

$$BC^2 = 11 - 2$$
$$BC = 3$$

Dus

Omtrek van ABCD $= 6 + 2\sqrt{2}$

Alternatiewe oplossing

Vergelyking van FB

$$m_{FB} = -1$$
$$2 = -1(2) + c$$
$$c = 4$$

Koördinate van B

$$y = -x + 4$$
$$(x-5)^2 + (-x+4+1)^2 = 32$$
$$x^2 - 10x + 25 + x^2 - 10x + 25 = 32$$
$$2x^2 - 20x + 18 = 0$$
$$x^2 - 10x + 9 = 0$$
$$(x-9)(x-1) = 0$$
$$x = 9 \text{ of } x = 1$$

Koördinate B(1 ; 3)

AB $= \sqrt{2}$ (Gebruik die afstandsformule)

$$BC^2 = 11 - 2$$
$$BC = 3$$

Dus

Omtrek van ABCD $= 6 + 2\sqrt{2}$

Totaal: 150 punte